四庫全書

子部

歷算全書卷五十

宣城梅文鼎撰

三角形舉要法卷一

測算名義

古用句股有割員弧背弦矢諸名今用三角其類稍廣不可以不知爰摘綱要列於首簡

點

點如針芒無長短濶狹可論然算從此起譬如算日月行度只論日月中心一點此點所到即為躔離真度

線

線有弧直二種皆有長短而無濶狹自一點引而長之至又一點止則成線矣

弧線

凡弧線必中規

直線

凡直線必中繩

平行直線

凡平行線必相距等

如測日月相距度皆自太陽心算至太陰心是為弧線

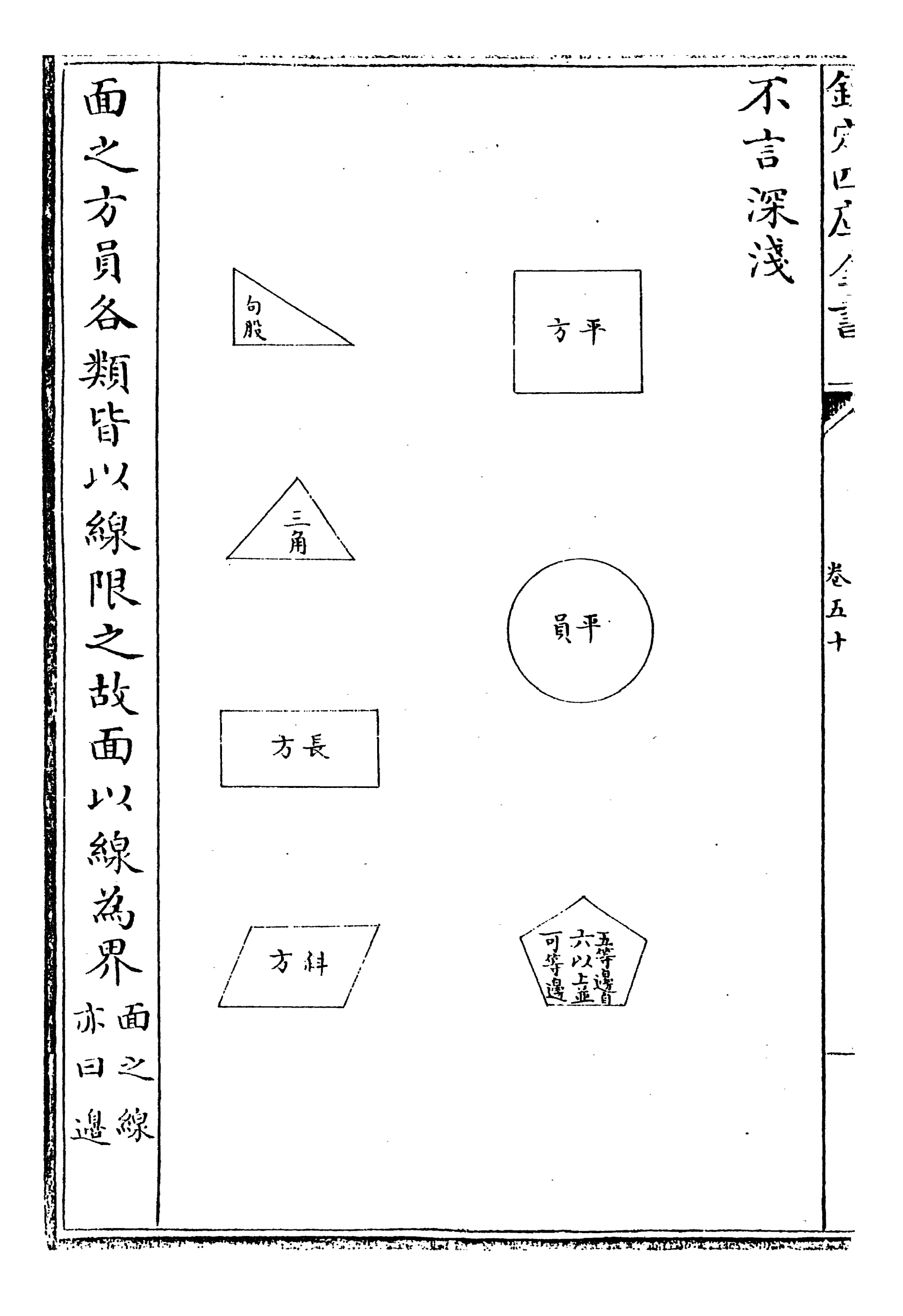
如測日月去人遠近皆自人目中一點算至太陽太陰天是為直線

凡句股三角之法俱論線線兩端各一點故線以點為其界

面

面有方員各種之形皆有長短有濶狹而無厚薄故謂之羃羃者所以冒物如量田疇界域只論土面之大小

不言深淺



面之方圓各類皆以線限之故面以線為界面之線亦曰邊

惟員面是一線所成乃弧線也若直線必三線以上始能成形

體

體或方或員其形不一皆有長短有濶狹又有厚薄或淺深高下之類員體如球如柱方體如櫃如斗或如員塔方塔

皆以面為界圖後

立方

渾員即球體古曰立員

員柱

方錐截之則如覆斗

方錐

覆斗

員錐

半員

以上四者謂點線面體略盡測量之事矣然其用皆在線如論點則有距線論面則有邊線論體則有棱線面與面相得則成棱線凡所謂長短濶狹厚薄淺深高下皆以線得之三角法者求線之法也

長短濶狹厚薄等類皆以量而得而量者必於一線正

中若稍偏於兩旁則其度不真矣故凡測量所求者皆線也

三角形

欲明三角之法必詳三角之形

三等邊

二等邊

二等邊

三不等邊正角

兩直線不能成形成形者必三線以上而三線相遇則有三角故三角形者形之始也

四邊形可分為兩

五邊形可分為三

六邊形可分為四餘可類推

多線皆可成形析之皆可成三角至三角則無可析矣故三角能盡諸形之理

凡可算者為有法之形不可算者為無法之形三角者有法之形也不論長短斜正皆可以求其數故曰有法若無法之形析之成三角則可量故三角者量法之宗也

角

三角法異於句股者以用角也故先論角

兩線相遇則成角平行兩直線不能作角何也線既平行則雖引而長之至於無窮終無相遇之理角安從生是故作角者必兩線相遇必不平行也

角有三類一正方角一銳角一鈍角

正十字角四角皆方

半十字方角二

同上

隅十字方角一

如右圖以兩線十字縱横相遇皆為正方角亦曰直角亦曰方角

鋭 鈍 鋭 鈍

鋭 鈍

鋭 鈍

鋭 鈍

鋭 鈍

如右圖以兩線斜相遇則一為鋭角一為鈍角

凡鋭角必小於正方角凡鈍角必大於正方角

正方角止一鋭角鈍角則有多種而算法生焉

弧

角在小形與在大形無以異也故無丈尺可言必量之以對角之弧

法以角之端爲員心用規作員員周分三百六十度乃視本角所對之弧於全員三百六十度中得幾何度分其弧分所對正得九十度者爲正方角九十度者全員四之一謂之象限

若所對弧分不滿九十度者爲銳角自八十九度以至一度並銳角也

所對弧分在九十度以上者爲鈍角自九十一度至百七十九度並鈍角也

如圖丁為角即用用為員心以作員形其庚丁丙角凡論角度並以中一字為所指之角此言庚丁丙即丁為角也所對者庚丙弧在全員為四之一正得象限九十度是為正方角

若乙丁丙角所對者乙丙弧在象限庚丙弧之內小於象限九十度是為鋭角

又乙丁壬角所對乙庚壬弧過於壬庚弧壬庚亦象限九十度弧故庚丁壬亦方角大於象限九十度是為鈍角

角之度生於割員

割員弧矢

有弧則有矢弧矢者古人割員之法也

如圖以乙子直線割平員則成弧矢形

所割乙丙子員分如弓之曲古謂之弧背以弧背半之則為半弧背

如乙丙

通弦正弦

割員直線如弓之弦謂之通弦如乙子

通弦半之古謂之半弧弦今曰正弦如乙甲

矢線

正弦以十字截半徑成矢如丁丙橫半徑為乙甲正弦所截成甲丙矢謂之

正矢

以上二條俱仍前圖

正弧餘弧正角餘角

所用之弧度為正弧以正弧減象限為餘弧如庚丙象限內減乙丙正弧則其餘乙庚為餘弧

正弧所對為正角如正弧乙丙對乙丁丙角則為正角

以正角減正方角為餘角如以乙丁丙正角去減庚丁丙方角則其餘乙丁庚角為餘角

正弦餘弦正矢餘矢

有正弧正角即有正弦如甲乙有正矢如丙甲亦即有餘弦如乙巳有餘矢如庚巳

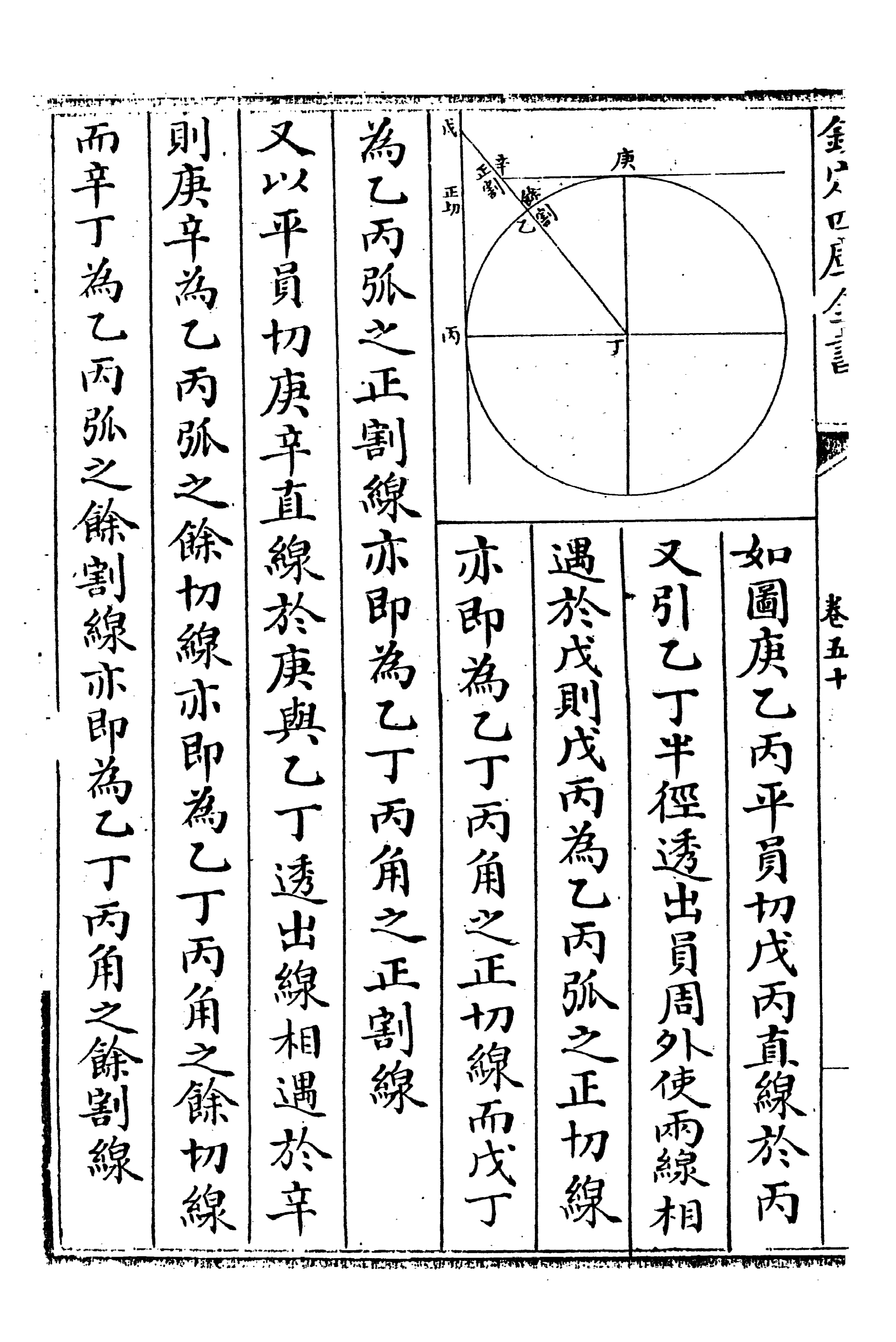
正弦正矢餘弦餘矢皆乙丙弧所有亦即乙丁丙角所有

自一度至八十九度並得為乙丙並得為正弧即正餘弦矢畢具

若用乙庚為正弧則乙丙反為餘弧角之正餘亦同

割線切線

每一弧一角各有正弦餘弦正矢餘矢已成四線於平員内（古人用句股割員即此法也　盖此四線已成倒順二句股）再引半徑透於平員之外與切員直線相遇為割線切線而各有正餘復成四線（正割正切餘割餘切　復成倒順二句股）共為八線故曰割員八線也



如圖庚乙丙平員切戊丙直線於丙又引乙丁半徑透出員周外使兩線相遇於戊則戊丙為乙丙弧之正切線亦即為乙丁丙角之正切線而戊丁為乙丙弧之正割線亦即為乙丁丙角之正割線

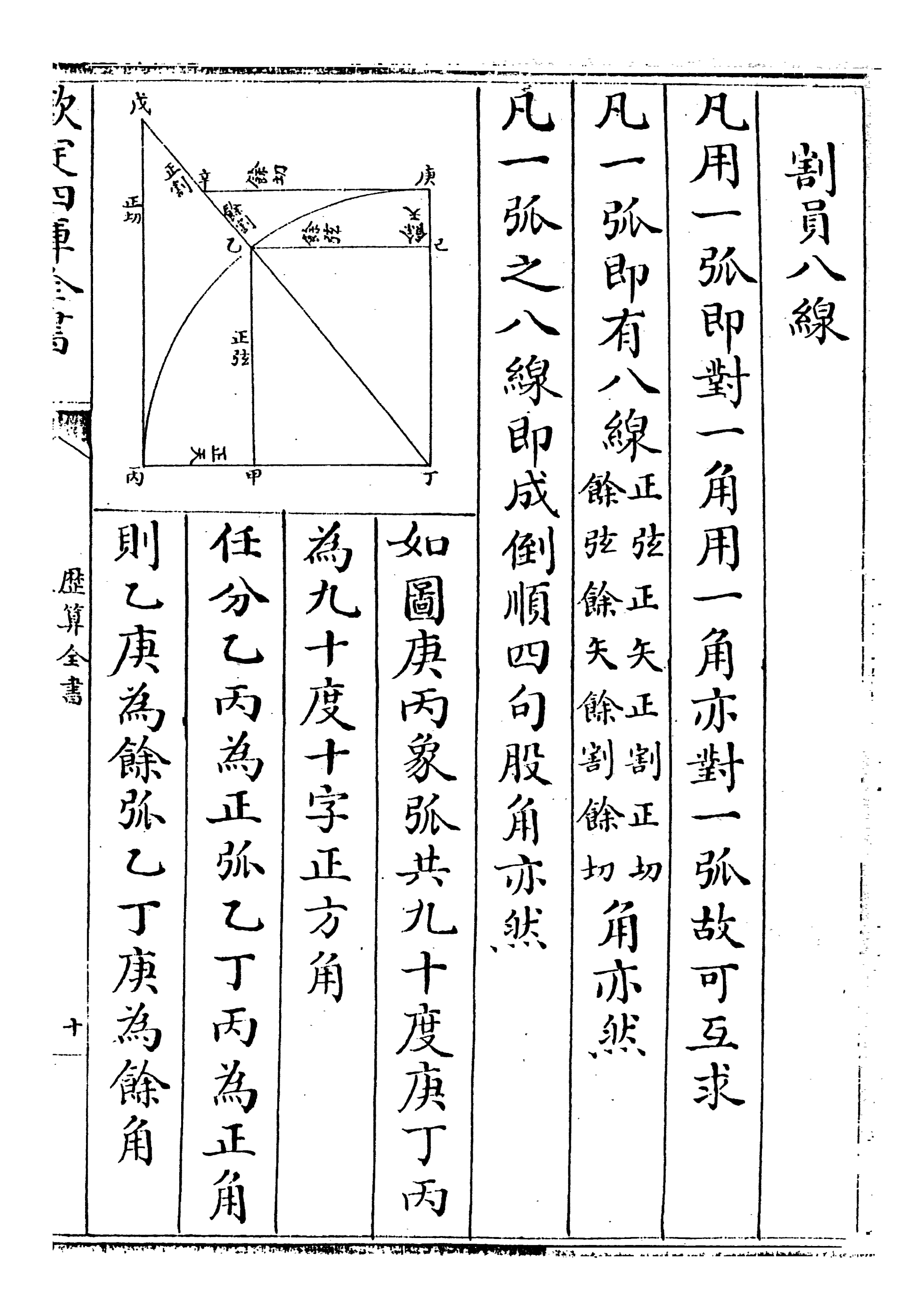
又以平員切庚辛直線於庚與乙丁透出線相遇於辛則庚辛為乙丙弧之餘切線亦即為乙丁丙角之餘切線而辛丁為乙丙弧之餘割線亦即為乙丁丙角之餘割線

割圓八線

凡用一弧即對一角用一角亦對一弧故可互求

凡一弧即有八線正弦正矢正割正切餘弦餘矢餘割餘切角亦然

凡一弧之八線即成倒順四句股角亦然



如圖庚丙象弧共九十度庚丁丙為九十度十字正方角

任分乙丙為正弧乙丁丙為正角

則乙庚為餘弧乙丁庚為餘角

正弦乙甲同丁巳　正矢甲丙　正切戊丙　正割戊丁

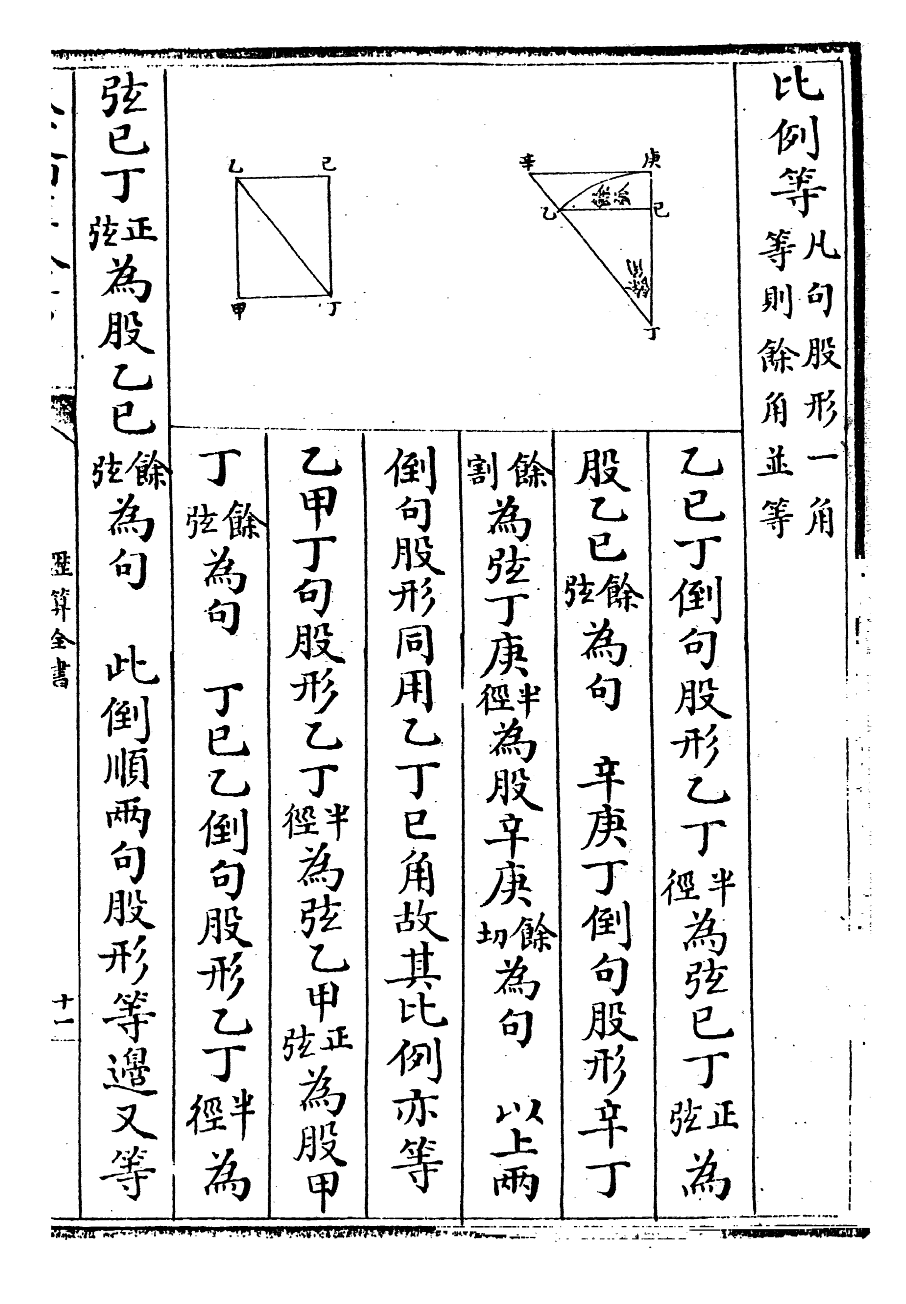
餘弦乙巳同丁甲　餘矢庚巳　餘切辛庚　餘割辛丁

以上八線為乙丙弧所用亦即為乙丁丙角所用自一度至八十九度並同若用乙庚弧亦同此八線但以餘為正以正為餘

乙甲丁句股形乙丁半徑為弦乙甲正弦為股丁甲餘弦為句　戊丙丁句股形戊丁正割為弦戊丙正切為股丙丁半徑為句

以上兩順句股形同用乙丁甲角故其

比例等 凡句股形一角等則餘角並等



乙巳丁倒句股形乙丁半徑為弦巳丁正弦為股乙巳餘弦為句　辛庚丁倒句股形辛丁餘割為弦丁庚半徑為股辛庚餘切為句　以上兩倒句股形同用乙丁巳角故其比例亦等

乙甲丁句股形乙丁半徑為弦乙甲正弦為股甲丁餘弦為句　丁巳乙倒句股形乙丁半徑為弦巳丁正弦為股乙巳餘弦為句　此倒順兩句股形等邊又等

角倒形之丁角即順形丁角之餘倒形之乙角即順形乙角之餘竟如一句股也準此論之則倒順四句股之比例亦無不等矣

角度

凡三角形併三角之度皆成兩象限共一百八十度

假如乙甲丁句股形其丁角五十五度當乙丙弧則乙角必三十五度當乙庚餘弧兩角共一象限九十度其甲角正方原係九十度合三角成一百八十度

乙角何以必三十五度也試引乙丁弦過心至夘則夘丁丑角與丁乙甲角等夘丁乙同為一線丁丑線又與乙甲平行則所作之角必等而夘丁丑固三十度也則乙角亦三十度矣

又假如丙乙丁三角形從乙角作乙甲直線至丁丙邊分為兩句股形乙甲丁乙甲丙準前論乙甲丁句股形以乙分角與丁角合之成一象限九十度又乙甲丙句股形以乙分角與丙角合之成一象限九十

度然則以乙全角即兩分角之合與丁丙兩角合之必兩象限一百八十度矣乙為鈍角並同

以此推知三角形有兩角即知餘角併兩角以減半周一百八十度得之

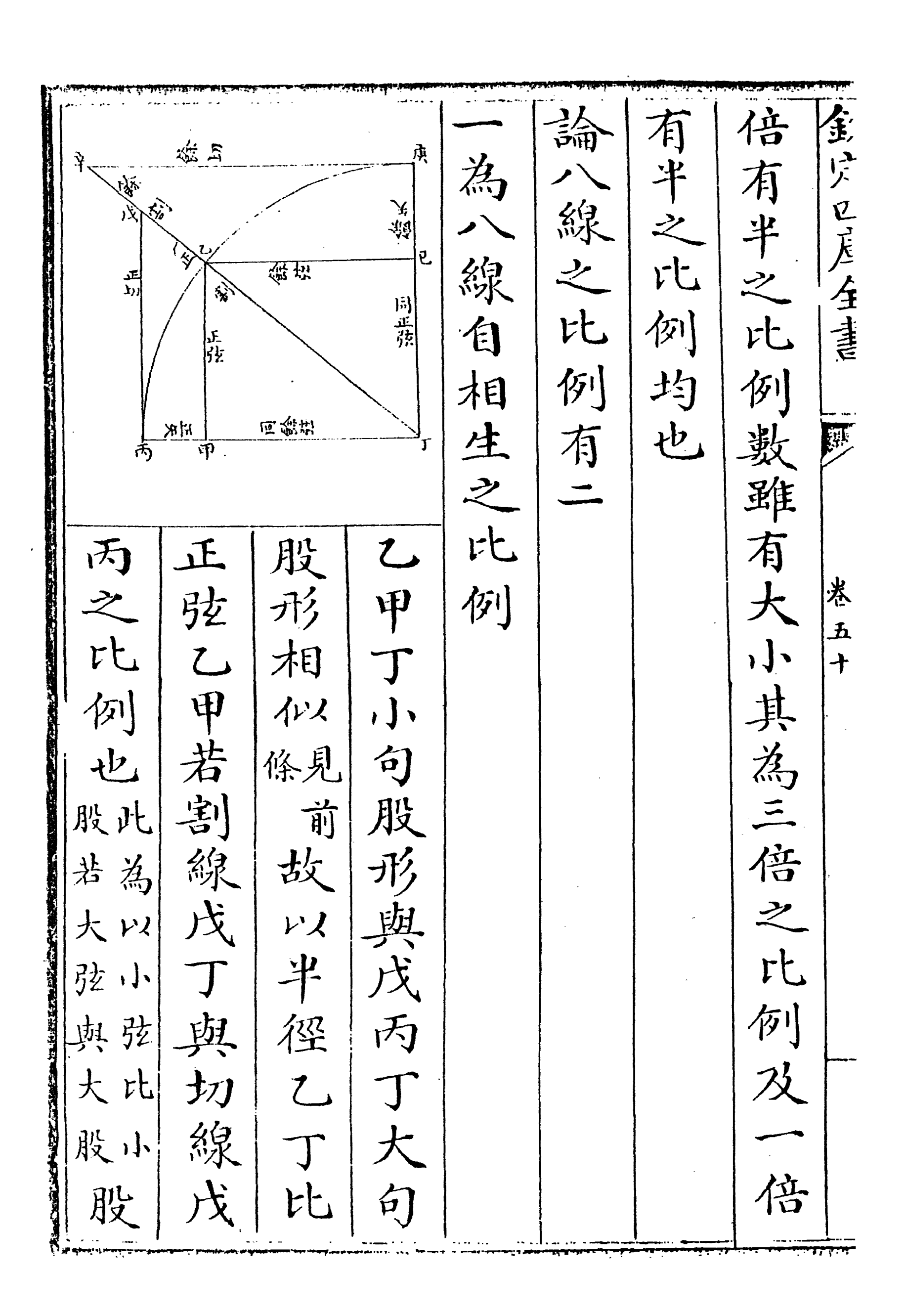
句股形有一角即知餘角句股原有正方角九十度則餘兩角共九十度故得一可知其二

相似形

既知角可以論形有兩三角形其各角之度相等則為相似形而兩形中各邊之比例相等謂此形中各邊自相較之比例亦如彼形中各邊自相較之比例也

比例

兩數相形則比例生比例者或相等或大若干或小若干乃兩數相比之差數也有兩數於此又有兩數於此數雖不同而其各兩數自相差之比例同謂之比例等或兩小數相等又有兩大數相等是為相等之比例數雖有大小其相等之比例均也或兩小數相差三倍又有兩大數亦相差三倍是為三倍之比例或兩小數相差為一倍有半又有兩大數相差亦一倍有半是為一



倍有半之比例數雖有大小其為三倍之比例及一倍有半之比例均也

論八線之比例有二

一為八線自相生之比例

乙甲丁小句股形與戊丙丁大句股形相似（見前條）故以半徑乙丁比正弦乙甲若割線戊丁與切線戊丙之比例也（此為以小弦比小股若大弦與大股）股

求弦亦同

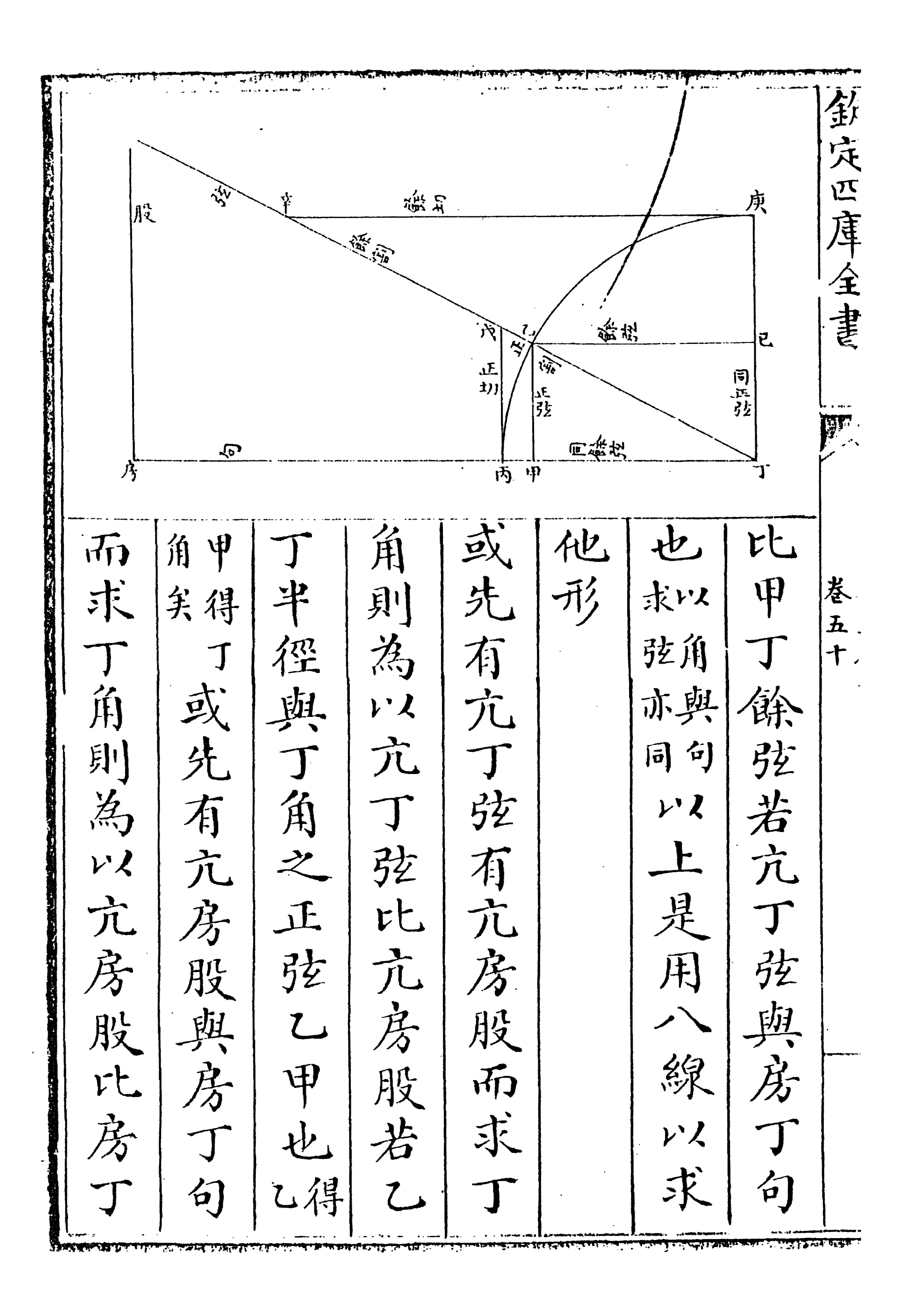
又以半徑丙丁比正切戊丙若餘弦甲丁與正弦乙甲之比例也此為以大句比大股若小句比小股股求句亦同餘倣此

以故凡八線中但得一線則餘皆可求觀圖自明

一為八線算他形之比例

乙丁甲角所有八線為表中原設之數亢丁房句股形為今所算之數

或先有丁角有亢丁弦而求房丁句則為以乙丁半徑



比甲丁餘弦若亢丁弦與房丁句也以角與句以求弦亦同以上是用八線以求他形

或先有亢丁弦有亢房股而求丁角則為以亢丁弦比亢房股若乙丁半徑與丁角之正弦乙甲也得乙甲得丁角矣或先有亢房股與房丁句而求丁角則為以亢房股比房丁

句若丁庚半徑與庚辛餘切也得庚辛亦得丁角以上二者是用他形轉求八線

總而言之皆以先有兩數之比例為後兩數之比例其乘除之法皆依三率也

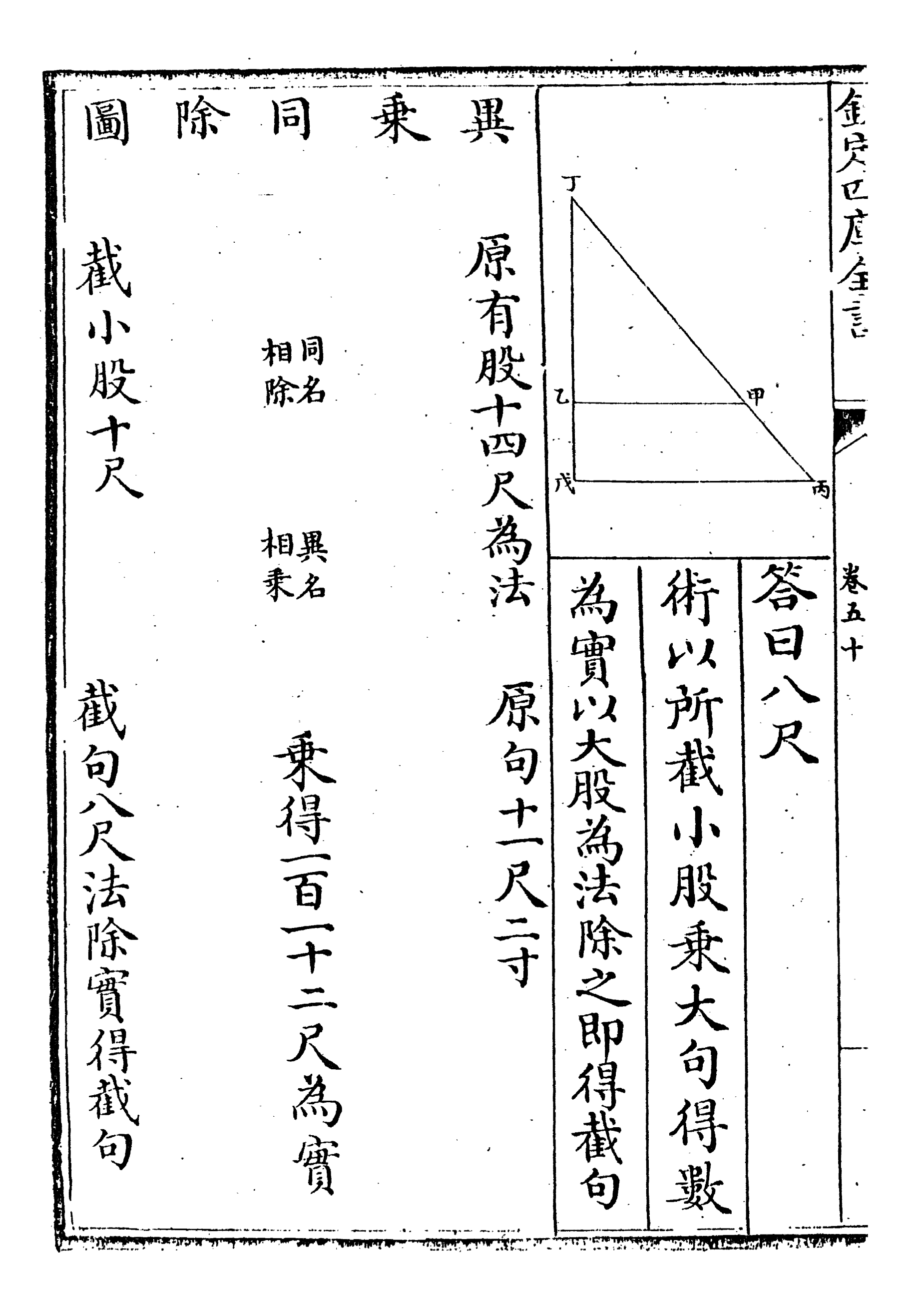
三率

三率算術古謂之異乘同除今以句股解之

丁戊大股十四尺　丙戊大句十一尺二十寸　截丁乙小股十尺　問乙甲截句

答曰八尺

術以所截小股乘大句得數為實以大股為法除之即得截句



異乘同除圖

原有股十四尺為法　原句十一尺二寸

同名相除　異名相乘　乘得一百一十二尺為實

截小股十尺　截句八尺法除實得截句

若先以原股十四尺除原句二十一尺得八寸為每一尺之句再以截股十尺乘之亦得八尺但先除後乘多有不盡之數故改用先乘後除乃古九章中通用之綱要也

先乘後除何以又謂之異乘同除曰今但有截股而不知句故以原有之句乘之股與句異名故曰異乘然後以原有之股除之股與股同名故曰同除然則又何以謂之三率曰本是以原有之股與句

比今截之股與句共四件也然見有者只三件原有之股與句及今截之股故必以見有之三件相為乘除而得所不知之第四件故曰三率

三率乘除圖式

一率　原有股十四尺　為法

二率　原有句十一尺二寸相乘為實

三率　今截股十尺

四率　所求截句八尺　法除實得所求

術曰以原股比原句若截股與截句也
凡言以者為一率言比者為二率言若者為三率
言與者為四率
二率三率常相乘為實一率常為法法除實得四
率四率乃所求之數其三率者所以求之也
三率與異乘同除非有二理但以横列為異然數
既平列即可以四率為法除二三相乘之實而得
一率并可以一率四率相乘為實用二率為法除

之而得三率或用三率為法除之亦得二率是故一四二三之位可以互居（四可為一二可為三）法實可以迭用（二與三可居一四之位一與四可居二三之位）變動不居惟用所適而各有典常於異乘同除之理尤深切而著明者也

三率互用圖

反之　更之　又反之

一句八尺　一股十尺　一句十一尺二寸

二股十尺　二句八尺　二股十四尺

三句十一尺二寸三股十四尺　三句八尺

四股十四尺　四句十一尺二寸四股十尺

右並以二率三率相乘為實一率為法除之而得

四率

八線表

八線為各弧各角之句股所成故八線表者即句股形之立成數也古人用句股開方已盡測量之理然句股弦皆邊線耳邊之數無方放之則彌四遠近之則陳几

案故所傳算術皆以一端示例而已不能備詳其數也今變而用角則有弧度三百六十以限之而以象限盡全周有合於舉一反三之旨又析象限之度各六十分凡為句股形二千七百角度五千四百九十度之分五千四百而句股形並有兩角故其形二千七百而角數倍之為正弦為切線為割線共一萬六千二百三項各五千四百正餘互用也而句股之形略備用之殊便也銳角分兩句股鈍角補成句股然惟有八線表中豫定之句股故但得其角度則諸數歴然可於無句股中尋

出句股矣

半徑全數

全數即半徑也不言半徑而言全數者省文也凡八線生於角度而有角有弧則有半徑八線之數皆依半徑而立也半徑常為一或五位則為一萬或六位則為十萬則正弦常為半徑之分正弦必小於半徑而不得為全數惟半徑可稱全數也割切二線皆依正弦而生亦皆有畸零不得為全數

用全數為半徑有數善焉一立表時易於求數也一用

表時便於乘除也三率中全數為除法則但降位可省一除若全數為乘法則但升位可省

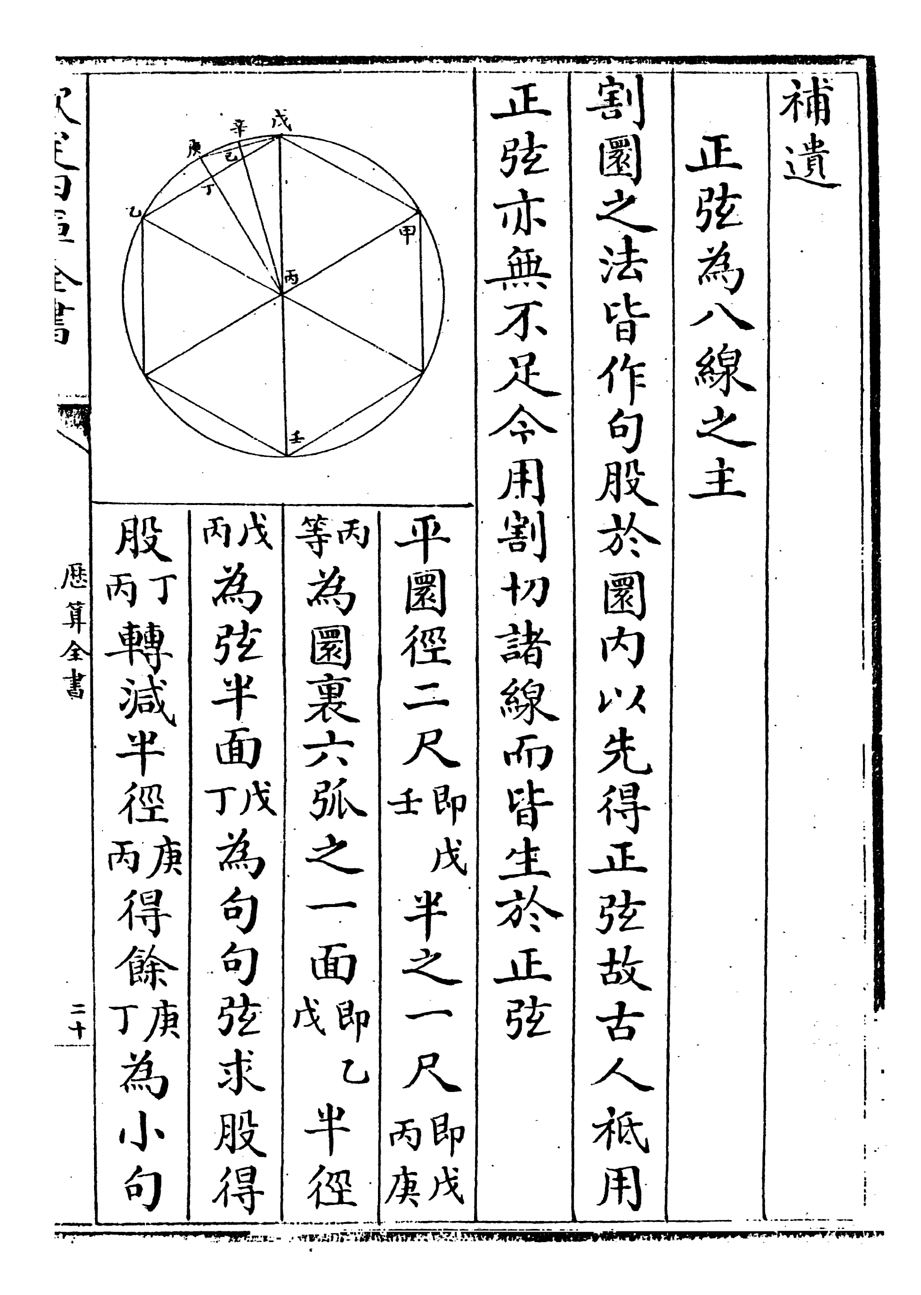
一乘

歷書中多言全數或但曰全以從省便令算例中直云半徑以欲明比例之理故質言之

補遺

正弦為八線之主

割圜之法皆作句股於圜內以先得正弦故古人秖用正弦亦無不足今用割切諸線而皆生於正弦



平圜徑二尺（即戊壬）半之一尺（即戊丙庚丙等）為圜裏六弧之一面（即乙戊）半徑（戊丙）為弦半面（戊丁）為句句弦求股得股（丁丙）轉減半徑（庚丙）得餘（庚丁）為小句

半面戊丁又為小股句股求弦得小弦戊庚是為割六弧成十二弧之一面如是累析為二十四弧四十八弧至九十六弧以上定為徑一尺周三尺一寸四分有竒

論曰九章筭經載劉徽割圜術大畧如此其以半徑為六弧之一面與八線理合半徑恒為一即全數半面為股則正弦也

平方徑十寸其積百寸内作同徑之平圜平圜内又作平方正得外方之半其積五十寸平方開之得七寸〇

趙氏割圜圖

離
兌
震
坎

七有奇（即離震等四等面之通弦）乃自四隅之旁增為八角曲圜為第一次（即八等面通弦）至第二次則為曲十六（即十六等面通弦）第三次為曲三十二每次加倍至十二次則為曲一萬六千三百八十四於是方不復方漸變為圜矣其法逐節以大小句股弦冪相求至十二次所得小弦以一

萬六千三百八十四乘之得三十一寸四分一釐五毫九絲二忽為徑十寸之圜周與祖冲之徑一百一十三周三百五十五合

論曰元趙友欽革象新書所撰乾象周髀法大略如此所得周徑與西術同其逐節所求皆通弦所用小股皆正弦也

又論曰劉徽祖冲之以割六弧起數趙友欽以四角起數今西術作割圜八線以六宗率則兼用之可見理之

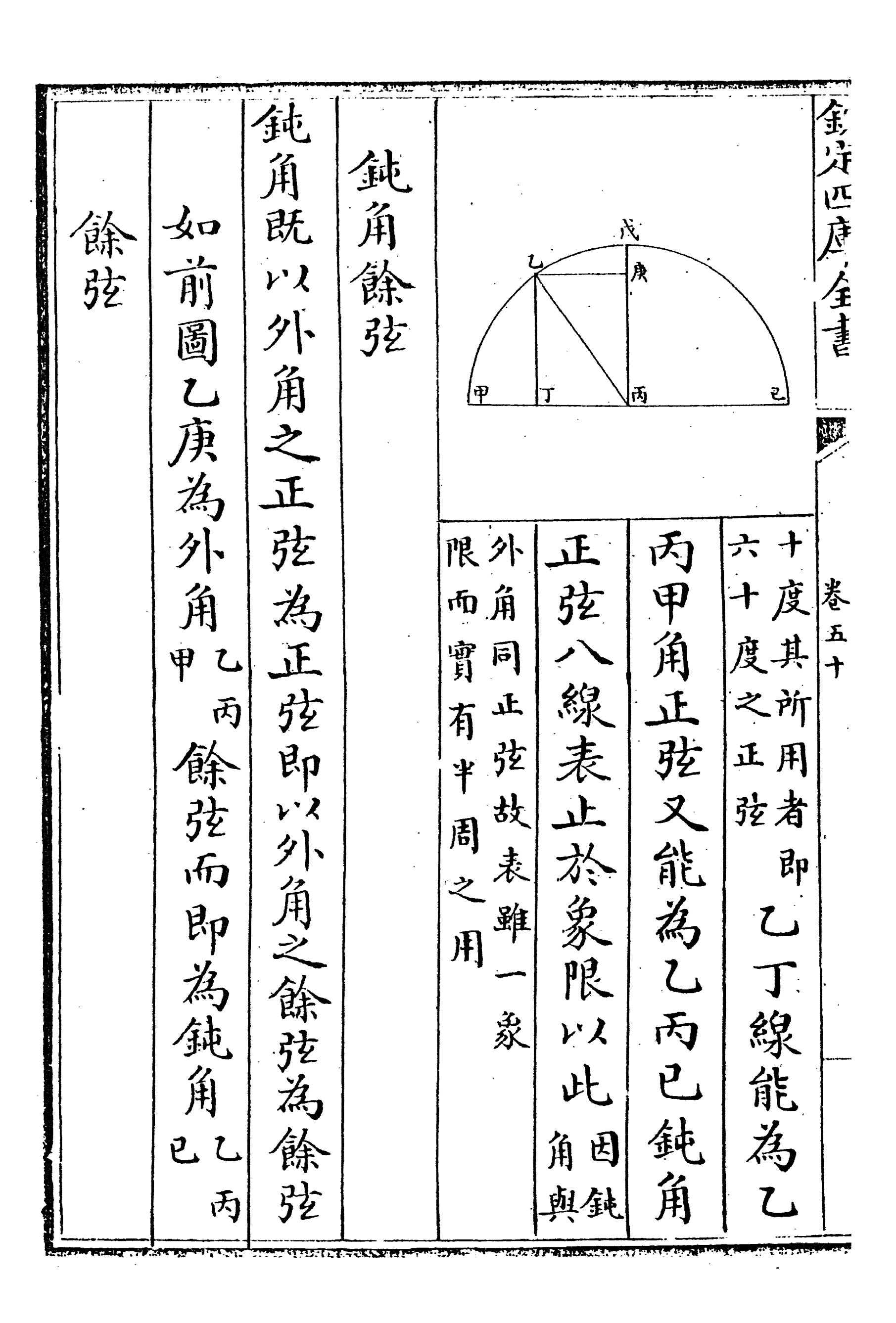
至者先後一揆法之精者中西合轍西人謂古人但知徑一圍三未深攷也

又論曰中西割圜之法皆以句股法求通弦通弦半之為正弦割圜諸率皆自此出總之為句股之比例而已

鈍角正弦

鈍角不立正弦而即以外角之正弦為正弦

鈍角之正弦在形外即外角之正弦也故乙丙巳鈍角與乙丙甲外角同以乙丁為正弦以鈍角減半周得外角假如鈍角一百二



十度其所用者即六十度之正弦乙丁線能為乙丙甲角正弦又能為乙丙巳鈍角正弦八線表止於象限以此因鈍角與外角同正弦故表雖一象限而實有半周之用

鈍角餘弦

鈍角既以外角之正弦為正弦即以外角之餘弦為餘弦

如前圖乙庚為外角乙丙甲餘弦而即為鈍角乙丙巳餘弦

捷法以正角戊丙己減鈍角乙丙己得餘角戊丙乙即得

餘弦

過弧

鈍角之弧為過弧

己戊為象限弧而乙戊己為乙丙己鈍角之弧是越象限弧而過之也故曰過弧

大矢

鈍角之矢為大矢

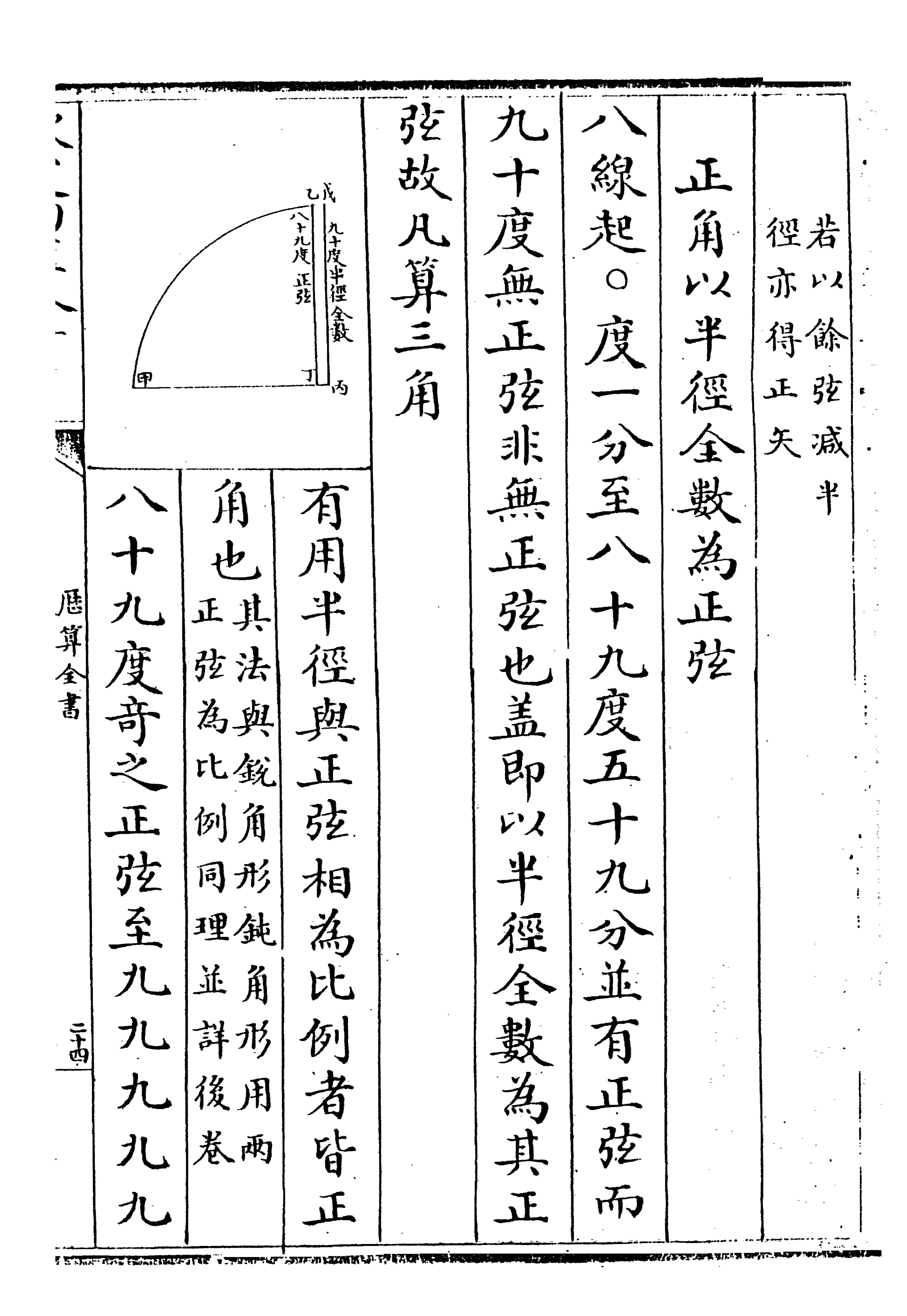
如前圖以乙丁辛弦分全圜即全徑亦分為二則丁甲為小半圜乙甲辛之徑謂之正矢丁巳為大半圜乙巳辛之徑謂之大矢大矢者鈍角所用也 鈍角與外角同用乙丁正弦乙庚餘弦所不同者惟矢乙丙巳角用大矢丁巳乙丙甲角用正矢丁甲

捷法以乙庚即丙丁餘弦加巳丙半徑即得丁巳大矢

若以餘弦減半徑亦得正矢

正角以半徑全數為正弦

八線起○度一分至八十九度五十九分並有正弦而九十度無正弦非無正弦也蓋即以半徑全數為其正弦故凡算三角



有用半徑與正弦相為比例者皆正角也其法與銳角形鈍角形用兩正弦為比例同理並詳後卷

八十九度奇之正弦至九九九九九

而極追滿一象限始能成半徑全數是故半徑全數者正角九十度之正弦也其數為一〇〇〇〇〇

歴算全書卷五十

欽定四庫全書

歷算全書卷五十一

宣城梅文鼎撰

三角法舉要卷二

算例

三角形有三類

一曰句股形

即直角三邉形也有正方角一餘並鋭角

一曰鋭角形

三角並鋭

一曰鈍角形

三角内有鈍角一餘並鋭角

以上三類總謂之三角形其算之各有術

句股形第一術　有一角一邊求餘角餘邊

內分二支

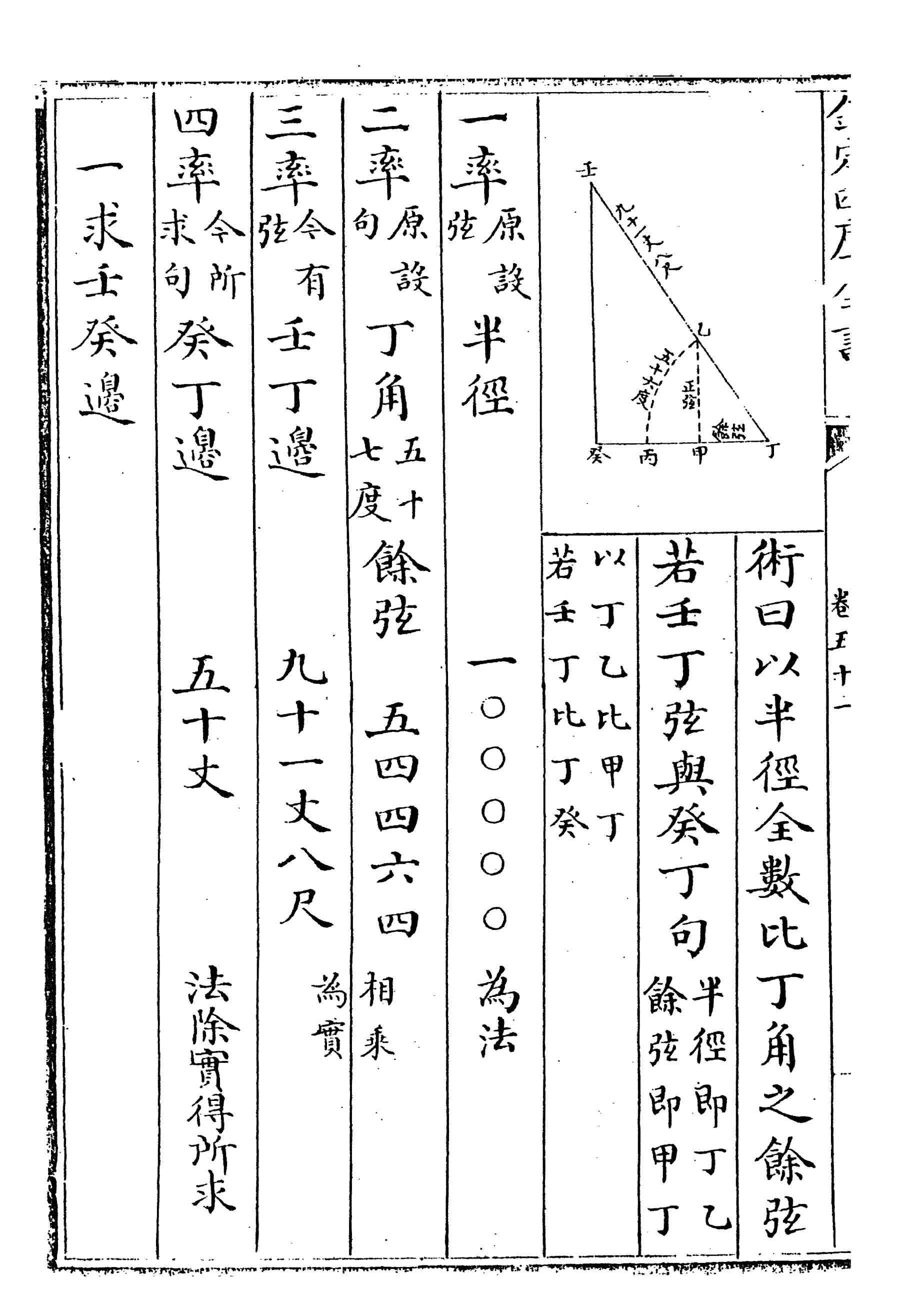
一先有之邊為弦

一先有之邊為句或先有股亦同

假如壬癸丁句股形有丁角五十七度壬丁弦九十一丈八尺

求餘角餘邊

一求癸丁邊



術曰以半徑全數比丁角之餘弦若壬丁弦與癸丁句（半徑即丁乙　餘弦即甲丁）以丁乙比甲丁若壬丁比丁癸

一率（原設弦）半徑　一〇〇〇〇〇　為法

二率（原設句）丁角（五十七度）餘弦　五四四六四　相乘

三率（今有弦）壬丁邊　九十一丈八尺　為實

四率（今所求句）癸丁邊　五十丈　法除實得所求

一求壬癸邊

術曰以半徑比丁角之正弦若壬丁弦與壬癸股

一率原設股半徑一〇〇〇〇〇為法

二率原設股丁角五十七度正弦八三八六七相乘

三率今有弦壬丁邉九十一丈八尺為實

四率今所求股壬癸邉七十七丈法除實得所求

一求壬角

以丁角五十七度與象限九十度相減得餘三十三度為壬角

計開

先有之三件

癸正方角九十度　丁角五十七度　壬丁弦九十一丈八尺

今求得三件

癸丁句五十丈　壬癸股七十七丈　壬角三十三度

右例先得弦以求句股也是為句股形第一

術之第一支

假如壬癸丁句股形有丁角六十二度癸丁句二十四丈求餘角餘邊

一求壬角

以丁角六十二度與象限相減得餘二十八度為壬角

戊丙丁句股形以戊丙切線為股丙丁半徑為句戊丁割線為弦是丁角原有之線

今壬癸丁句股形既同丁角則其比例等

一求壬丁邊

術為以半徑比丁角之割線若癸丁句與壬丁弦

一原設半徑　一〇〇〇〇〇為法

二原設丁角六十二度割線　二一三〇〇五相乘

三今有癸丁邊句　二十四丈為實

四所求壬丁邊弦　五十一丈二尺法除實得所求

一求壬癸邊

術為以半徑比丁角之切線若癸丁句與壬癸股

一原設半徑句　一〇〇〇〇〇為法

二股原設丁角六十二度切線一八八〇七三相乘

三句今有癸丁邊二十四丈為實

四股所求壬癸邊四十五丈一尺法除實得所求

計開

先有之三件

癸正方角　丁角六十二度　癸丁句二十四丈

今求得三件

壬角二十八度　壬丁弦五十一丈一尺　壬癸股四十五丈一尺

右例先得句以求弦及股也或先得股以求弦及句亦同是為句股形第一術之第二支

句股形第二術 有邊求角

亦分二支

一先有二邊

一先不知正方角而有三邊新增

假如壬癸丁句股形有壬丁弦一百零二丈二尺癸丁句四十八丈

求二角一邊

一求丁角

術為以壬丁弦比癸丁句若半徑乙丁與丁角之餘弦甲丁

一　壬丁邊　一百〇二丈二尺　今有之弦為法

二　癸丁邊　四十八丈　今有之句相乘

三　半徑　一〇〇〇〇〇　原設之弦為實

四　丁角餘弦　四六九六六　法除實得所求原設句

依術求得丁角六十二度　以所得餘弦撿表即得

一求壬角

以丁角六十二度與象限相減得餘二十八度為壬角

一求壬癸邊

術為以半徑比丁角之正弦若壬丁弦與壬癸股

一　半徑　一〇〇〇〇〇

二　丁角六十二度正弦　八八二九五

三　壬丁邊　一百〇二丈二尺

四　壬癸邊　九十丈〇二尺三寸

計開

先有之三件

壬丁弦一百〇二丈二尺　癸丁句四十八丈　癸正方角

今求得三件

丁角六十二度　壬角二十八度　壬癸股九十丈〇二尺三寸

右例以邉求角而先知方角故只用二邉也

是為句股形第二術之第一支此先有二邉為弦與句故用正餘弦若先有者是句與股則用切線其比例之理一也

假如壬癸丁三角形有壬丁邊一百〇六丈壬癸邊九十丈癸丁邊五十六丈求角

一求癸角

術以壬丁大邊與丁癸邊相加得一百六十二丈為總又相減得五十丈為較以較乘總得八千一百丈為實以壬癸邊九十丈為法除之仍得九十丈與壬癸邊數等即知

癸角為正方角

依術求得癸角為正方角定為句股形

一求丁角

術為以丁癸邊比壬癸邊若半徑與丁角之切線

一	丁癸句	五十六丈
二	壬癸股	九十丈
三	半徑	一〇〇〇〇〇
四	丁角切線	一六〇七一四

依術求得丁角五十八度〇六分以所得切線撿表即得

一求壬角

以丁角五十八度〇六分與象限相減得餘三十一度五十四分為壬角

計開

先有三邊

壬丁邊一百零六丈　壬癸邊九十丈　癸丁邊五十六丈

求得三角

癸正方角　丁角五十八度零六分　壬角三十一度五十十四分

右例亦以邉求角而先不知其為句股形故兼用三邉是為句股形第二術之第二支

銳角形第一術　有兩角一邊求餘角餘邊

假如乙丙丁銳角形有丙角六十度丁角五十度丙丁邊一百二十尺

先求乙角

乙
丁　一百二十尺　丙
五十度
六十度

術以丙角六十度丁角五十度相併得一百一十度以減半周一百八十度餘七十度為乙角

次求乙丁邉

術為以乙角正弦比丙丁邉若丙角正弦與乙丁邉

一	乙角七十度 正弦	九三九六九
二	丙丁邉即乙角對邉	一百二十尺
三	丙角六十度 正弦	八六六○三
四	乙丁邉即丙角對邉	一百一十尺○六寸

次求乙丙邉

術為以乙角正弦比丙丁邉若丁角正弦與乙丙

邊

一 乙角七十度 正弦 九三九六九

二 丙丁對乙角邊 一百二十尺

三 丁角五十度 正弦 七六六〇四

四 乙丙對丁角邊 九十七尺八寸

計開

先有之三件

丙角六十度 丁角五十度 丙丁邊一百二十尺

今求得三件

乙角七十度　乙丁邊一百一十尺零六寸　乙丙邊九十七尺八寸

右例先有之邊在兩角之間也若先有之邊與一角相對亦同蓋三角形有兩角即有第三角故無兩法

鋭角形第二術　有一角兩邊求餘角餘邊

此分二支

一先有之角與一邊相對

一先有之角不與邊相對

假如甲乙丙鋭角形有丙角六十度甲丙邊八千尺甲乙邊七千零三十四尺

先求乙角

甲
八千○三十四尺
八千尺
六十度
乙
丙

術為以甲乙邊比甲丙邊若丙角正弦與乙角正弦

一 甲乙 丙角對邊 七千○三十四尺

二 甲丙 乙角對邊 八千尺

三 丙角六十度 正弦 八六六○三

四 乙角 正弦 九八四九六

撿正弦表得乙角八十度○三分

次求甲角

以丙角乙角相併得一百四十度〇三分以減半周餘三十九度五十七分為甲角

次求乙丙邊

術為以乙角之正弦比甲角之正弦若甲丙邊之與乙丙邊

一　乙角　八十度〇三分　正弦　九八四九六

二　甲角　三十九度五十七分　正弦　六四二一二

三　甲丙對乙角邊　八千尺

四　乙丙對甲角邊　五千二百一十五尺

計開

先有之三件

丙角六十度　甲丙邊八千尺　乙甲邊七千〇三十四尺

今求得三件

乙角八十〇三分度　甲角三十九度五十七分　乙丙邊五千二百一十五尺

右例有兩邊一角而角與一邊相對是為鋭

角形第二術之第一支

假如甲乙丙鋭角形有甲丙邊四百尺乙丙邊二百六十一尺〇八分丙角六十度　角在兩邊之中不與邊對求甲乙邊

先求中長線分為兩句股形

甲
四百尺
六十度
乙　丁　丙
二百六十一尺〇八分

術為以半徑比丙角正弦若甲丙邊與甲丁中長線

一　半徑　一〇〇〇〇〇

二　丙角六十度　正弦　〇八六六〇三

三　甲丙邊　四百尺

四　甲丁中長線　三百四十六尺四寸一分

次求丙丁邊即所分甲丁丙形之句而甲丙為之弦

術為以半徑比丙角餘弦若甲丙邊與丙丁邊

一　半徑　一〇〇〇〇〇

二　丙角六十度　餘弦　五〇〇〇〇

三　甲丙邊　四百尺

四 丙丁邊 二百尺

次求乙丁邊即所分甲丁乙形之句而甲丁為之股

以丙丁與丙乙相減餘六十一尺〇八分為乙丁

次求丁甲乙分角即分形甲丁乙句股之甲角

術為以甲丁中長線比乙丁分邊若半徑與甲分

角切線

一 甲丁中長線 三百四十六尺四寸一分

二 乙丁分邊 六十一尺〇八分

三　半徑　一〇〇〇〇〇

四　甲分角切線　一七六三三

撿切線表得一十度為甲分角

末求甲乙邊

術為以半徑比甲分角割線若甲丁中長線與甲乙邊

一　半徑　一〇〇〇〇〇

二　甲分角十度割線　一〇一五四三

三　甲丁中長線　　三百四十六尺四寸一分

四　甲乙邊　　三百五十一尺七寸五分

求甲全角

以丙角六十度之餘角三十度即分形甲丁丙之甲分角與求到甲分角一十度相併得四十度為甲全角

求乙角

以甲分角一十度減象限得八十度為乙角或併丙甲二角減半周亦同

計開

先有之三件

甲丙邊四百尺　乙丙邊二百六十一尺〇八分　丙角六十度

今求得三件

甲乙邊三百五十一尺七寸五分　甲角四十度　乙角八十度

右例有兩邊一角而角在兩邊之中不與邊對故用分形以取句股是為鋭角形第二術之第二支

又術 新增 用切線分外角

假如甲乙丙銳角形有甲丙邊四百尺乙丙邊二百六十一尺〇八分丙角六十度 此即前例但求甲角

術以甲丙乙丙兩邊相併為總相減為較又以丙角六十度減半周得外角一百二十度半之得半外角六十度 撿其切線依三率法求得半較角以減半外角得甲角

一　兩邊總　　六百六十一尺〇八分

二　兩邊較　　一百三十八尺九寸二分

三　半外角切線　　一七三二〇五

四　半較角切線　　三六三九七

檢切線表得二十度為半較角轉與半外角六十

度相減得甲角四十度

次求乙角

併甲丙二角共一百度以減半周得餘八十度為乙角

次求甲乙邊

一　甲角四十度　正弦　六四二七九

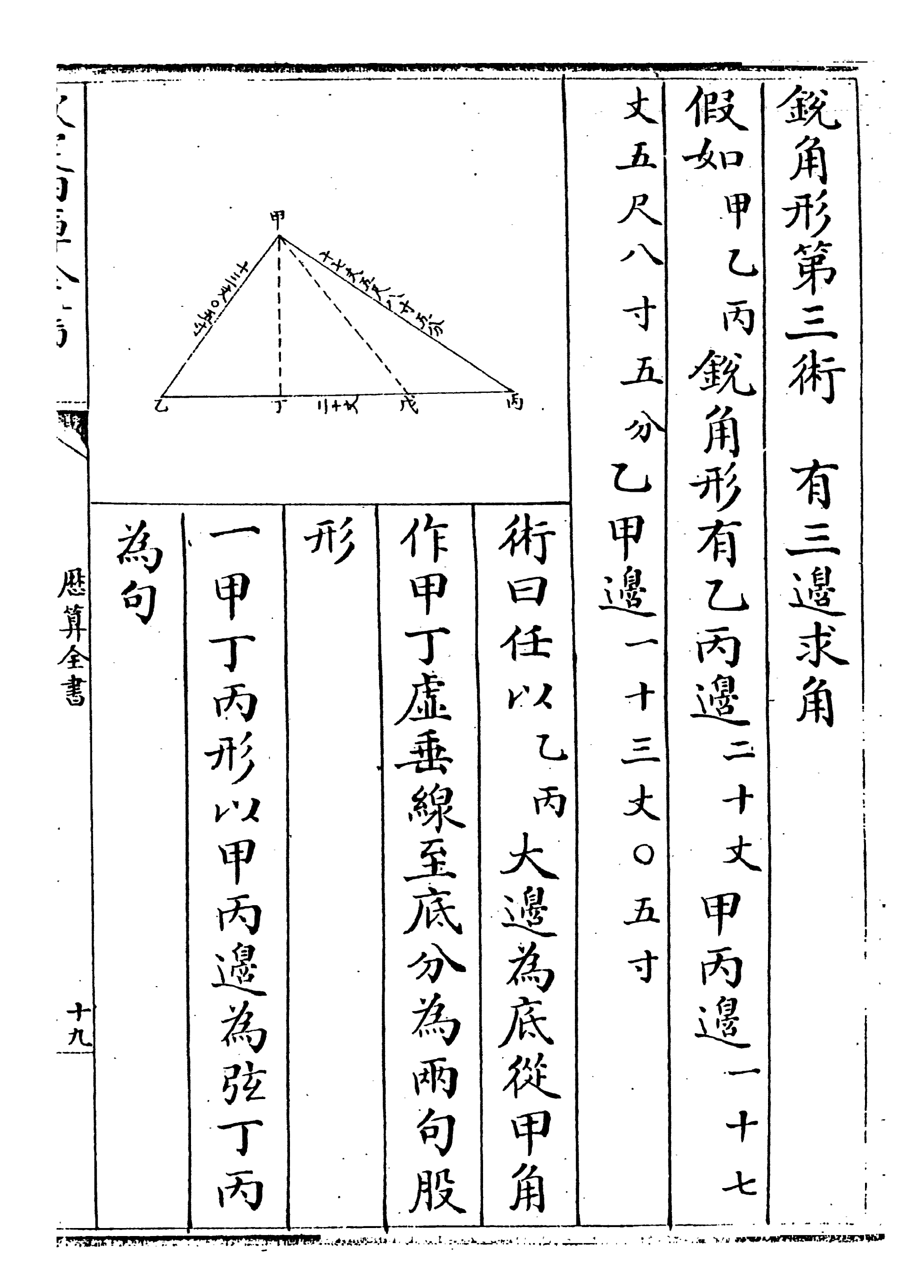
二　丙角六十度　正弦　八六六〇三

三　乙丙邊　二百六十一尺〇八分

四　甲乙邊　三百五十一尺七寸五分

銳角形第三術　有三邊求角

假如甲乙丙銳角形有乙丙邊二十丈　甲丙邊一十七丈五尺八寸五分　乙甲邊一十三丈○五寸



術曰任以乙丙大邊為底從甲角作甲丁虛垂線至底分為兩句股形

一甲丁丙形以甲丙邊為弦丁丙為句

一甲丁乙形以甲乙邊為弦丁乙為句　兩句相併即乙丙邊原數為句總

兩弦相併為總相減為較

求兩句相減之數為句較

術為以句總比弦總若弦較與句較也

一　兩句之總即乙丙　二十丈

二　兩弦之總　三十丈〇六尺三寸五分

三　兩弦之較　四丈五尺三寸五分

四　兩句之較即丙戊　六丈九尺四寸六分

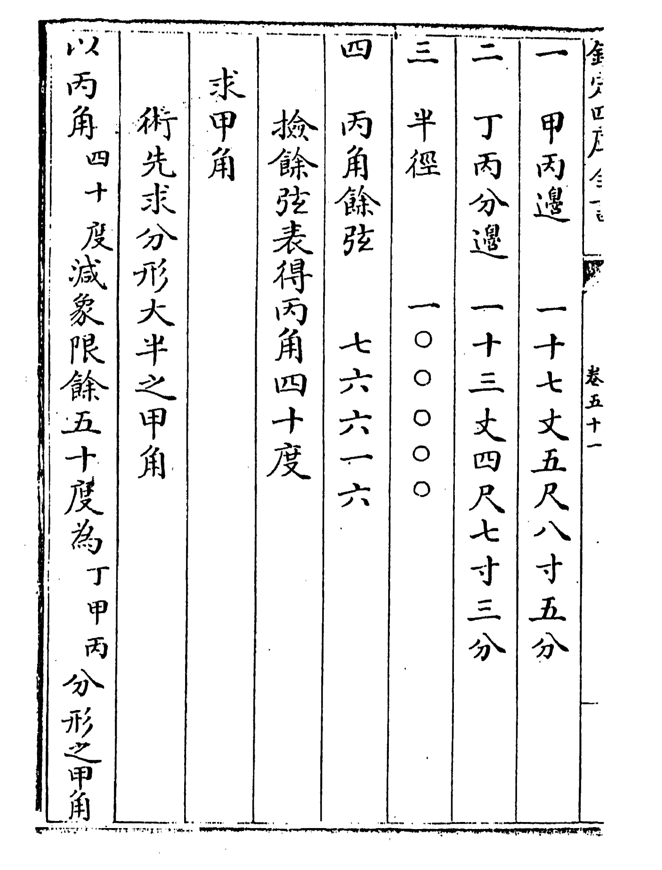
求分形之兩句

以句較六丈九尺四寸六分減句總二十丈即乙丙餘乙戊一十三丈〇五寸四分半之得丁乙即戊丁六丈五尺二寸七分為甲丁乙分形之句

又以戊丁六丈五尺二寸七分加句較六丈九尺四寸六分即戊丙得丁丙一十三丈四尺七寸三分為甲丁丙分形之句

求丙角

術為以甲丙弦比丁丙句若半徑與丙角之餘弦



一　甲丙邊　一十七丈五尺八寸五分

二　丁丙分邊　一十三丈四尺七寸三分

三　半徑　一〇〇〇〇〇

四　丙角餘弦　七六六一六

撿餘弦表得丙角四十度

求甲角

術先求分形大半之甲角

以丙角四十度減象限餘五十度為丁甲丙分形之甲角

次求分形小半之甲角

術為以甲乙弦比丁乙句若半徑與分形甲角之正弦

一　甲乙邊　一十三丈〇五寸

二　丁乙分邊　六丈五尺二寸七分

三　半徑　一〇〇〇〇〇

四　甲分角正弦　五〇〇一五

撿正弦表得三十度為丁甲乙分形之甲角

併分形兩甲角先得五十度後得三十度得共八十度為甲全角

求乙角

併丙甲二角共一百二十度以減半周得餘六十度為乙角

計開

先有三邊

甲丙邊一十七丈五尺八寸五分 乙丙邊二十丈 乙甲邊一十三丈〇五寸

求得三角

丙角四十度 甲角八十度 乙角六十度

鈍角形第一術　有兩角一邊求餘角餘邊

假如乙丙丁鈍角形有丙角三十六度半乙角二十四度丁乙邊五十四丈

先求丁角

乙
二十四度
五十四丈
三十六度半
丁
丙

術以丙乙二角併之共六十度半以減半周得餘一百一十九度半為丁鈍角

次求乙丙邊

術為以丙角正弦比丁角正弦若乙丁邊與乙丙邊

一　丙角三十六度二十分　正弦　五九四八二

二　丁角一百十九度三十分　正弦　八七〇三六

三　乙丁邊　五十四丈

四　乙丙邊　七十九丈〇一寸

右所用丁角正弦即六十度半正弦以鈍角度減

半周用之凡鈍角角並同

求丁丙邊

術為以丙角正弦比乙角正弦若乙丁邊與丁丙邊

一	丙角三十六度三十分	正弦	五九四八二
二	乙角二十四度	正弦	四〇六七四
三	乙丁邊		五十四丈
四	丁丙邊		三十六丈九尺二寸

計開

先有之三件

丙角三十六度半　乙角二十四度　丁乙邉五十四丈

今求得三件

丁鈍角一百一十九度半　乙丙邉七十九丈〇一寸　丁丙邉三十六丈九尺二寸

鈍角形第二術　有一角兩邉求餘角餘邉

亦分二支

一先有對角之邉

一先有二邉皆角旁之邉而不對角

假如甲乙丙鈍角形有乙角九十九度五十七分甲丙對邉四千尺甲乙邉三千五百一十七尺

求丙角

甲
四千尺
三千五百一十七尺
九十九度五十七分
乙
丙

術為以甲丙對邊比甲乙邊若乙角正弦與丙角正弦

一	甲丙邊	四千尺
二	甲乙邊	三千五百一十七尺
三	乙角 九十九度五十七分 正弦	九八四九六 即八十度三分正弦
四	丙角 正弦	八六六〇三

撿表得丙角六十度

求甲角

併乙丙二角共一百五十九度五十七分以減半周得餘二十度〇三分為甲角

求乙丙邊

術為以乙角之正弦比甲角之正弦若甲丙對邊與乙丙邊

一　乙角九十九度五十七分　正弦　九八四六九

二　甲角二十〇度三分　正弦　三四二八四

三　甲丙邊　四千尺

四　乙丙邊　一千三百九十二尺

計開

先有之三件

乙鈍角九十九度五十七分　甲丙邊四千尺　甲乙邊三千五百一十七尺

今求得三件

丙角六十度　甲角二十度〇三分　乙丙邊一千三百九十二尺

右例有兩邉一角而先有對角之邉是為鈍角形第二術之第一支

假如乙丁丙鈍角形有乙丁邊一千零八十尺乙丙邊一千五百八十二尺乙角二十四度　角在兩邊之中不與邊對

術先求形外之虛垂線補成正方角從不知之丙角作虛垂線於形外如丙戊亦引乙丁線於形外如丁戊兩虛線遇於戊成正方角

術為以半徑比乙角正弦若乙丙邊

與丙戊

一　半徑　一○○○○○

二　乙角二十四度正弦　四○六七四

三　乙丙邊　一千五百八十二尺

四　丙戊邊即虛垂線　六百四十三尺

又以半徑比乙角之餘弦若乙丙邊與乙戊

一　半徑　一○○○○○

二　乙角二十四度餘弦　九一三五五

三 乙丙邊 一千五百八十二尺

四 乙戊邊即乙丁引長線 一千四百四十五尺

以原邊乙丁一千〇八十尺與引長乙戊邊相減得丁戊三百六十五尺為形外所作虛句股形之句則先得丙戊垂線為股而原邊丁丙為之弦

求丁丙邊

依句股求弦術以丙戊股自乘四十一萬三千四百四十九尺丁戊句自乘一十三萬三千二百二十五尺併之得數五十四萬六千六百七十四尺為實平

方開之得弦七百三十九尺為丁丙邊

求丙角

術為以丁丙邊比丁乙邊若乙角正弦與丙角正弦

一　丁丙邊　七百三十九尺

二　丁乙邊　一千〇八十尺

三　乙角二十四度正弦　四〇六七四

四　丙角　正弦　五九四四二

撿表得丙角三十六度二十九分

求丁角

併乙丙二角共六十度二十九分以減半周得餘一百一十九度三十一分為丁鈍角

計開

先有之三件

乙丁邊一千零八十尺　乙丙邊一千五百八十二尺　乙角二十四度

今求得三件

丁丙邊七百三十九尺　丙角三十六度二十九分　丁鈍角一百一十九度三十一分

右例有兩邊一角而兩邊並在角之兩旁不與角對是為鈍角形第二術之第二支

又術 新增 用切線分外角

假如乙丙丁鈍角形有丁乙邊五百四十尺丙乙邊七百九十一尺乙角二十四度 角在兩邊之中不與邊對

求丙角

乙
二十四度
五百四十尺
七百九十一尺
丁
丙

以丁乙丙乙兩邊相併為總相減為較又以乙角二十

四度減半周得外角一百五十六度半之得半外角七十八度檢其切線得四七〇四六三

術為以邊總比邊較若半外角切線與半較角切線

一 兩邊之總 一千三百三十一尺

二 兩邊之較 二百五十一尺

三 半外角切線 四七〇四六三

四 半較角切線 八八七一九

撿表得半較角四十一度三十五分以轉減半外角七十八度得餘三十六度二十五分為丙角

求丁角

併乙丙二角共六十度二十五分以減半周得一百一十九度三十五分為丁鈍角

求丁丙邊

術為以丙角正弦比乙角正弦若乙丁邊與丁丙邊

一　丙角三十六度二十五分　正弦　五九三六五

二　乙角二十四度　正弦　四〇六七四

三　乙丁邊　五百四十尺

四　丁丙邊　三百六十九尺九寸八分

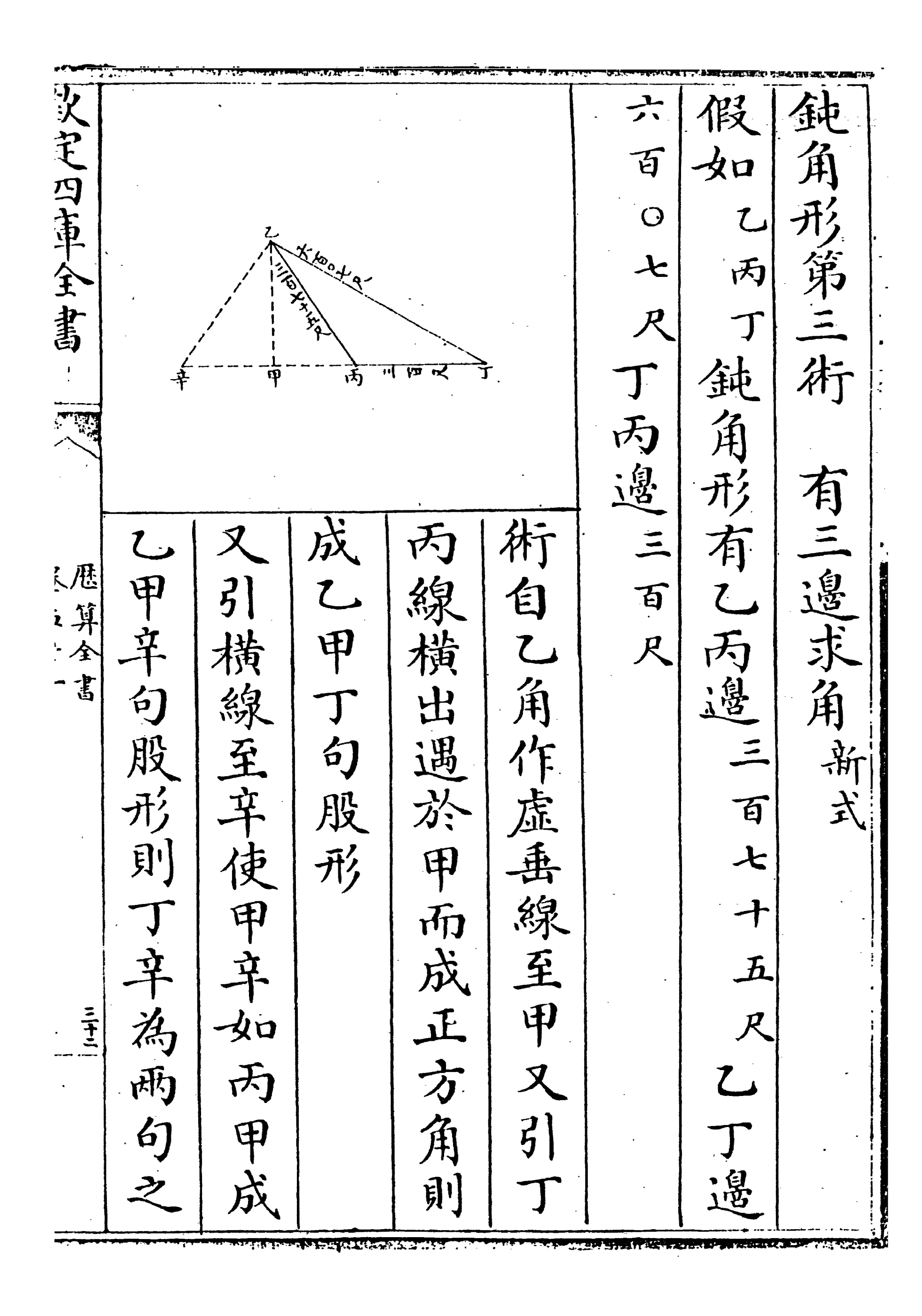
計開

先有之三件

丁乙邊五百四十尺　丙乙邊七百九十一尺　乙角二十四度

今求得三件

丙角三十六度二十五分　丁鈍角一百一十九度三十五分　丁丙邊三百六十九尺九寸八分



鈍角形第三術 有三邊求角 新式

假如乙丙丁鈍角形有乙丙邊三百七十五尺乙丁邊六百〇七尺丁丙邊三百尺

術自乙角作虛垂線至甲又引丁丙線橫出遇於甲而成正方角則成乙甲丁句股形

又引橫線至辛使甲辛如丙甲成乙甲辛句股形則丁辛為兩句之

總而所設丁丙邊為兩句之較

又乙丁邊為大形（乙甲丁）之弦乙丙邊為小形（乙甲辛即乙甲丙）之弦兩弦相併為總相減為較

術為以句較比弦較若弦總與句總

一　句較（即丁丙邊）　三百尺

二　弦較（即乙丁內減乙丙之餘）　二百三十二尺

三　弦總（即乙丁乙丙二邊相併）　九百八十二尺

四　句總　七百五十九尺四寸

以句較（三百尺）減所得句總（七百五十九尺四寸）餘數（五百二十九尺四寸）為大形之句甲丁

求丁角（用乙甲丁大形）

術為以乙丁弦比丁甲句若半徑與丁角之餘弦

一　乙丁弦　六百〇七尺

二　甲丁句　五百二十九尺七寸

三　半徑　一〇〇〇〇〇

四　丁角餘弦　八七二六五

撿表得丁角二十九度一十四分

求丙角用乙甲丙小形

術為以甲丙句比乙丙弦若半徑與丙角之割線

一　甲丙句　二百二十九尺七寸

二　乙丙弦　三百七十五尺

三　半徑　一〇〇〇〇〇

四　丙角割線　一六三二五六

撿表得丙角五十二度一十四分為本形之丙外

角以減半周得丙鈍角一百二十七度四十六分

求乙角

併丁丙二角所得度分共一百五十七度以減半周得

餘二十三度為乙角

計開

先有三邊

乙丙邊三百七十五尺　乙丁邊六百七尺　丁丙邊三百尺

求得三角

丁角二十九度一十四分　丙鈍角一百二十七度四十六分　乙角二十三度

右例鈍角形三邊求角作垂線於形外徑求鈍角乃新式也若以大邊為底從鈍角分中長線同鋭角第三術